平成１８年度　名古屋大学大学院工学研究科 博士課程（前期課程）
電子情報システム専攻

入学試験問題

外　　国　　語
（　英　　　語　）

（平成１７年８月２３日（火） １０:００～１２:００）

注　　意

１．問題は３問題よりなっている。全問題を解答せよ。

２．解答は問題ごとに別の答案用紙に書き、それぞれ問題番号、受験番号を上端に記入せよ。氏名は記入してはならない。なお、草稿用紙が１枚ある。解答が用紙の裏面にまわる場合は、答案用紙下部にその旨明示すること。又、上部横線に相当する位置以下に書くこと。

３．問題用紙、答案用紙、草稿用紙はすべて持ち出してはならない。

４．携帯電話は時計としても使用してはならない。電源を切ること。

1 次の文章を読んで設問に答えなさい。

It was in 1905, 100 years ago, that Albert Einstein first demonstrated the possibility of time travel. He did this by demolishing*1 the commonsense picture of time dating back to Newton, and replacing it with his own concept of relative time.

Einstein was twenty-six when he published his 'special' theory of relativity. The young Einstein was studying the way light moves. ①In doing so, he noticed an inconsistency between the motion of light and that of material objects. Using only high-school mathematics, he demonstrated that if light behaves the way that physicists supposed, Newton's straightforward idea of time must be flawed. The central claim of his special theory of relativity is that: Time is elastic. It can be stretched and shrunk.

How? By simply moving very fast.

What precisely do I mean by 'stretching time'? Let me state it more carefully. According to the theory of relativity, the exact duration of time between two specified events will depend on how the observer is moving. The interval between successive chimes on my clock might be one hour when I am sitting still in my living room, but it will be less than one hour if I spend that time moving about. This time discrepancy is far too small to be noticed by a human being; however, it is measurable by modern clocks.

That is pretty much what physicists Joe Hafele and Richard Keating did in 1971. They put highly accurate atomic clocks into airplanes, flew them around the world, and compared their readings with identical clocks left on the ground. The results were unmistakable: time ran more slowly in the airplane than in the laboratory, so that when the experiment was over the airborne*2 clocks were 59 nanoseconds slow relative to the grounded clocks — exactly the amount predicted in Einstein's theory.

②Because your time and my time get out of step if we move differently, there can obviously be no universal, absolute time, as Newton assumed. Talk of the time is meaningless. The physicist is bound to ask: Whose time?

③Significant though the Hafele-Keating experiment may be historically, it is hardly the stuff of science fiction: a time-warp of 59 nanoseconds doesn't make for an adventure. To get a really big effect you have to move very fast. The benchmark here is the speed of light, a dizzying*3 300,000 kilometers per second. The closer to the speed of light you travel, the bigger the time-warp gets.

Physicists call the slowing of time by motion the time dilation*4 effect. ④Think of a speed. Divide by the speed of light. Square it. Subtract from 1. Take the square root. The answer is ... Einstein's time dilation formula! This is a graph of the 'slowdown factor'. (図は省略) Notice how the graph shows the dilation factor as a function of speed and starts out fairly flat, but plummets*5 as light speed is approached. At half the speed of light, time is about 13 per cent slowed; at 99 per cent, it is 7 times slower — 1 minute is reduced to about 8.5 seconds.

Technically, the time-warp becomes infinite when the speed of light is reached. This is a sign of trouble. ⑤In fact, it tells us that a normal material body can't reach the speed of light. There is a 'light barrier' which can never be breached. The no-faster-than-light rule is a key result of the theory of relativity: Nothing can break the light barrier.

（出典）　P. Davies: *How to build a time machine*, Penguin Books, 2002
から抜粋，一部改変

（注）　*1 demolish: 破壊する　*2 airborne: 飛行機で運ばれた
*3 dizzying: 目眩を起こさせるような　*4 dilation=dilatation: 膨張
*5 plummet: 急落する

設問

(1)　下線部①を日本語に訳しなさい。

(2)　下線部②を日本語に訳しなさい。

(3)　下線部③を日本語に訳しなさい。

(4)　Hafele と Keating は，どのような実験を行い，どのような結果を得たか日本語で簡潔に記述しなさい。

(5)　物体の速度を v，光速を c として，下線部④の演算を数式で表しなさい。

(6)　下線部⑤を日本語に訳しなさい。

2 次の文章はポーランド出身の科学者であるマリー・キュリーの生涯について書かれたエッセイの一部である。これを読んで設問に答えなさい。

①With the possible exception of Albert Einstein, Marie Curie was the most famous scientist of her era and is almost certainly the most celebrated female scientist in history. ②Although known primarily for her discovery of radium, her true gift to science was her realization that radioactivity is an intrinsic atomic property of matter rather than the result of more superficial chemical processes. She was one of the exceedingly rare Nobel laureates*1 to (ア) the prize twice (physics and chemistry). Her life will forever reflect constant devotion (A) work and an optimistic (イ) in scientific positivism. On a more personal note, she unfortunately has also come to symbolize a cautionary tale*2 concerning the difficulties encountered when a woman enters and succeeds dramatically and publicly in a sphere traditionally dominated (B) men. Initially viewed as a mere research assistant "riding" on the coattails*3 of her more (ウ) husband Pierre, his death in 1906 confronted her (C) the need and the opportunity to both establish her own scientific identity and to insist, despite her critics, on her place in the annals*4 of the dawning technologic age.

When Marie Curie began her doctoral studies in 1897 (she was one of the first women to enter Ph.D. training in France) she was already pregnant with her daughter, Irene. ③The subject of her doctoral work in Antoine Becquerel's*5 laboratory was an extension of the work of Wilhelm Roentgen*6 and Becquerel on the mysterious "rays" that could fog photographic plates without external sources of light. Roentgen's (エ) of electrically generated x-rays in 1895 was followed in 1897 by Becquerel's description of a similar natural (オ) produced (D) potassium uranyl sulfate*7. For her doctoral dissertation*8, Marie decided to investigate whether other heavy elements might (カ) similar capabilities. This work (キ) the development of a rapid, quantitative analysis to detect the ionizing rays. Pierre's background lent (ク) to development of exactly the sort of measurement system required. ④Marie found that, to a first approximation, the intensity of the Becquerel rays appeared to be proportional to the uranium content of the tested samples and was apparently unaffected by temperature, solvents*9, or chemical manipulations. The rays thus (ケ) to be an intrinsic atomic property of the tested samples. She (コ) this property "radio-activity".

(出典) R. M. Macklis, Science, Vol. 295, Issue 5560, (2002) 1647 より抜粋，一部改変

(注)
*1 laureate: 受賞者
*2 cautionary tale: 教訓話
*3 on the coattails of～: ～の助けで
*4 annals: 年代記，年史
*5 Antoine Becquerel: アントワーヌ・ベクレル（フランスの物理学者）
*6 Wilhelm Roentgen: ヴィルヘルム・レントゲン（ドイツの物理学者）
*7 potassium uranyl sulfate: 硫酸ウラニルカリウム
*8 dissertation: 学位論文
*9 solvent: 溶剤，溶媒

設問

(1) 下線部①～④を日本語に訳しなさい。

(2) 括弧(ｱ)～(ｺ)にあてはまる最もふさわしい単語を下の選択肢(a)～(j)の中から選択し，記号で答えなさい。ただし，選択肢は，それぞれ一度しか使用しない。

(a) discovery	(b) required	(c) itself	(d) phenomenon	(e) possess
(f) appeared	(g) belief	(h) talented	(i) called	(j) win

(3) 括弧(A)～(D)に当てはまる適当な前置詞を記しなさい。

3　次の和文（１）～（４）を英語に訳しなさい。

(1) エネルギー保存はこれまで知られている全ての自然現象を支配する法則である。この法則の成り立たない例は見つかっていない。

(2) 最近，新しい理論が提唱された。しかし，我々の研究の結果はこの理論を支持しない。逆に，それが多くの点で間違っていることを示している。

(3) 実験は科学において重要な役割を果たす。そのため，科学者は実験の手法や実験データの解析技術に通じている必要がある。

(4) 環境と人口の関係を論じている報告書によれば，2025 年までには世界人口の 3 分の 2 が水不足の国で生活することになりそうである。

平成１８年度　名古屋大学大学院工学研究科 博士課程（前期課程）
電子情報システム専攻

入学試験問題

基　　　　礎

(平成１７年８月２３日（火）１３:３０～１６:３０)

注　　意

１．６問中４問を選んで答えよ。

２．解答は問題ごとに別の答案用紙に書き、それぞれ問題番号、受験番号を上端に記入せよ。氏名は記入してはならない。なお、草稿用紙が１枚ある。解答が用紙の裏面にまわる場合は、答案用紙下部にその旨明示すること。又、上部横線に相当する位置以下に書くこと。

３．問題用紙、答案用紙、草稿用紙はすべて持ち出してはならない。

４．計算機類は使用してはならない。

５．携帯電話は時計としても使用してはならない。電源を切ること。

$\boxed{1}$

1. 次の無限級数の値を三角関数のテーラー展開を利用して求めよ.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!}$$

2. 次の関数の導関数を求めよ. ただし, $\cos^{-1}$ は主値をとり, $0 \sim \pi$ の値とする.

$$\cos^{-1} x \quad (-1 < x < 1)$$

3. 次の不定積分を求めよ. ただし, n は正の整数, α は定数とする.

1)

$$\int \frac{1}{(x+\alpha)^n} dx$$

2)

$$\int x^2 \sqrt[3]{1-x} \; dx$$

4. 次の関数が xy 平面上の各点において連続であるか不連続かを述べよ.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$\boxed{2}$

1. 次の行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$

について以下の問に答えよ.

1) A の固有値を求めよ.

2) A の正規化された固有ベクトルを求めよ.

3) $A = UDU^{-1}$ となるような対角行列 D と直交行列 U を求めよ.

4) A^n を求めよ.

2. 次の n 次行列式の値を求めよ. ただし, 書いてない要素は 0 とする.

$$T_n = \begin{vmatrix} 1 & -1 & & & & & \\ -1 & 2 & -1 & & & & \\ & -1 & 2 & -1 & & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & -1 & 2 & -1 \\ & & & & & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$\boxed{3}$

1. 次の微分方程式を解け.

1) $\dfrac{dy}{dx} = y + y^2$

2) $\dfrac{dy}{dx} = x + y$

2. 以下の問に答えよ.

1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = 0$の特性方程式の解を求めよ.

2) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = 0$の一般解を求めよ.

3) $\dfrac{d^2y}{dx^2} - 2\dfrac{dy}{dx} + y = 2e^x$の一般解を求めよ.

3. 以下の設問に答えよ. ただし, cを任意定数とする.

1) $x^2 - 2cx + c^2 + y^2 - 1 = 0$が表す曲線群を図示し, その包絡線の方程式を求めよ.

2) 曲線群$x^2 - 2cx + c^2 + y^2 - 1 = 0$が一般解となるような$y$についての一階の微分方程式を求めよ.

3) 曲線群の包絡線も 2) で求めた微分方程式の解であることを示せ.

4

図1に示すように，原点に質量 M の質点 A が固定され，質量 $2m$ の質点 B が，質点 A から距離 r だけ離れた位置に存在している．ここで，質点 A と質点 B の間には万有引力のみが働き，質点 B は質点 A から距離 r を保ちながら，xy 平面内で速さ v で等速円運動を行っているとして，以下の問に答えよ．ただし，万有引力定数を G とする．

1) 質点Aと質点Bの間に働く万有引力の大きさ F を，G, M, m および r を用いて示せ．

2) 質点 B の加速度の大きさを，r と v を用いて表せ．また質点 B の運動方程式より，rv^2 が一定値になることを示せ．

図 2 のように，質点 B が x 軸上の点 P に達した瞬間，質点 B に互いに逆方向の内力が瞬間的に加わり，それぞれ質量 m の質点 B_1 と質点 B_2 に，相対速度の大きさ $2u$ で分離した．このとき，内力と x 軸のなす角を θ とし，質点 B_1 と質点 B_2 は xy 平面内で運動するものとして，以下の問に答えよ．

3) 分離直後における，質点 B_1 (図 2 で原点から遠ざかる方) の運動エネルギー K と重力ポテンシャルエネルギー U を求めよ．

4) 質点 B_1 が，質点 A の引力圏を脱出し，無限遠に到達するために必要な条件を u, v, θ を用いて表せ．ただし，質点 B_1 と質点 B_2 の間の引力は無視できるとする．

5) 前問4)の条件を満たす u の最小値を v を用いて表せ．

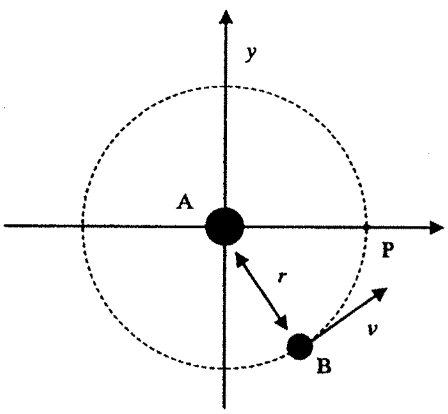


図 1

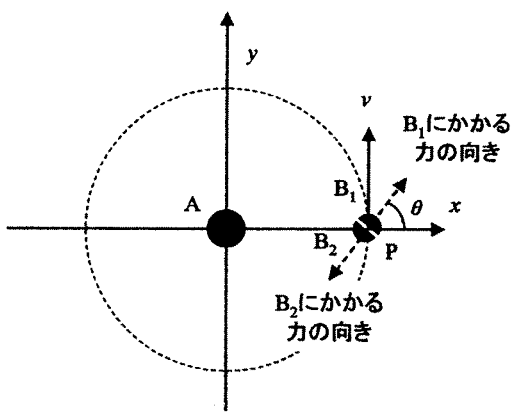


図 2

5

図1に示すように，真空中において，半径 a の導体球Aが，内半径 b の中空の導体球Bの中に同心状に配置されている．中空導体球Bは接地されている．導体球Aの中心からの距離を r とする．また，真空の誘電率を ϵ_0 とし，無限遠の電位をゼロとする．

スイッチSを閉じて，導体球Aを接地した．さらに，導体球Aの中心から半径 $R(a < R < b)$ の位置に，総電荷量 Q の電荷を球殻状に一様分布させた．次の問に答えよ．

(1) 導体球Aの表面に誘導される電荷を Q_A とする．

(a) 領域 $a < r < R$ および $R < r < b$ における電界 E_1 および E_2 を，Q と Q_A を用いて表せ．

(b) 領域 $a < r < R$ および $R < r < b$ における静電エネルギー W_1 および W_2 を，Q と Q_A を用いて表せ．

(c) 中空導体球Bの内面に誘起される電荷 Q_B を，Q と Q_A を用いて表せ．

(2) Q_A および Q_B を a, b, R および Q で表わせ．

(3) 次に，スイッチSを開放した．球殻状電荷に働く力の方向と単位面積あたりの大きさを求めよ．

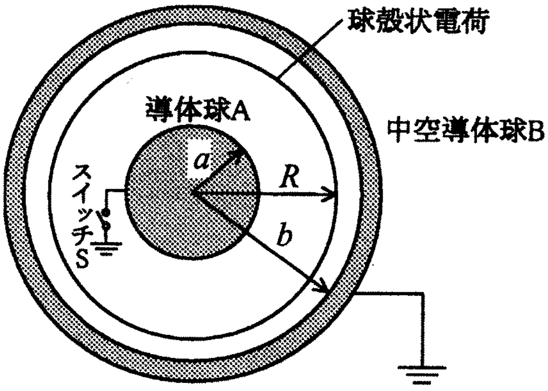


図1

6

電流が真空中に作る磁束密度ベクトル $\boldsymbol{B}$ に関する以下の問いに答えよ．ただし，真空の透磁率を μ_0 とする．また，下図１，２，３において，z 軸は紙面に垂直で，上向きを $+z$ 方向とする．

1）(a) 図１のように，z 軸方向に平行な導線 L_1 があり，強さ I の直線電流が $+z$ 方向に流れている．このとき，点Ａ（円筒座標を (r, θ, z) とする）における $\boldsymbol{B}$ の r, θ, z 方向成分 $(B_r,\ B_\theta,\ B_z)$ をそれぞれ求めよ（B_r, B_θ は図１参照，B_z は z 軸方向成分）．ここで，直線電流は十分長く，端の効果は無視できるとする．

(b) 図２のように z 軸方向に平行な２本の導線 L_1, L_2 があり，強さ I の直線電流が同じ向き（$-z$ 方向）に流れている．導線間の距離は $2a$ である．導線 L_2 に働く力の向きと単位長さあたりの大きさを求めよ．

2）図３のように，間隔 d で平行に置かれた２枚の無限平面導体 P_1, P_2 がある（厚みは無視できるものとする）．この平面導体には，同じ強さの一様な電流がそれぞれ $-z$ 方向（P_1），および $+z$ 方向（P_2）に流れている．y 方向の単位長さあたりの電流の強さを i として，以下の問いに答えよ．

(a) 平面導体 P_1 に流れる電流のみにより作られる $\boldsymbol{B}$ の向きと大きさを求めよ．

(b) 平面導体 P_1, P_2 に流れる電流が２枚の平面に挟まれる領域に作る $\boldsymbol{B}$ の向きと大きさを求めよ．また，この領域の外側の $\boldsymbol{B}$ の大きさを求めよ．

(c) 平面導体 P_2 に働く力の向きと単位面積あたりの大きさを求めよ．

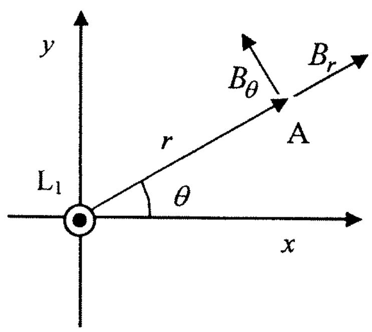


図１

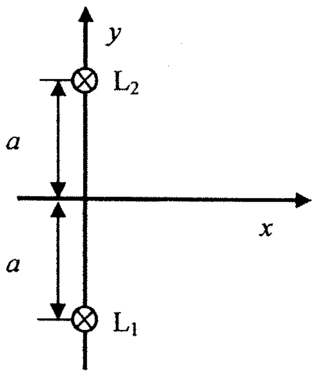


図２

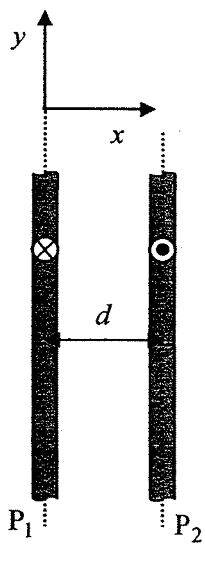


図３

平成１８年度　名古屋大学大学院工学研究科 博士課程（前期課程）
電子情報システム専攻

入学試験問題

専　　　　門

(平成１７年８月２４日（水） 9:００～１2:００)

注　　意

1．８問中４問を選んで答えよ。

2．解答は問題ごとに別の答案用紙に書き、それぞれ問題番号、受験番号を上端に記入せよ。氏名は記入してはならない。なお、草稿用紙が１枚ある。解答が用紙の裏面にまわる場合は、答案用紙下部にその旨明示すること。又、上部横線に相当する位置以下に書くこと。

3．問題用紙、答案用紙、草稿用紙はすべて持ち出してはならない。

4．計算機類は使用してはならない。

5．携帯電話は時計としても使用してはならない。電源を切ること。

1

変圧器の設計および運転に関する次の各問に答えよ。

(1) 図１のように，変圧器の２次側を開放し，巻数 n_1 の一次巻線に下記の電圧を印加した。

$$v_1(t) = \sqrt{2}\, V_1 \sin\omega t$$

ただし，V_1 は印加電圧の実効値 [V]，ωは印加電圧の角周波数 [rad/s]，t は時間 [s]とする。このとき，鉄心中に生じる磁束$\phi(t)$ [Wb]を表す式を導出せよ。また，磁束の最大値Φ_m を答えよ。ただし，簡単のため，巻線抵抗，漏れリアクタンス，鉄心の飽和および鉄損は考慮しない。

(2) 周波数$f = 60$ [Hz]，一次側電圧 $V_1 = 600$ [V]，二次側電圧 $V_2 = 200$ [V]の変圧器を設計する。鉄心の断面積 $S = 0.03$ [m^2]のとき，問(1)で導出した式を用いて，鉄心中の磁束密度の最大値B_m を 0.8 [T]以下にするための一次側および二次側の巻数 n_1 および n_2 を求めよ。ただし，n_1 および n_2 は整数となることに注意せよ。

(3) この様に設計した変圧器には，実際には巻線抵抗（一次側 r_1，二次側 r_2），漏れリアクタンス（一次側 x_1，二次側 x_2）および励磁アドミタンス（$\boldsymbol{Y}_0 = g_0 - jb_0$）が存在する。これらを考慮して，変圧器の二次側を一次側に換算した T 形等価回路を図示せよ。なお，一次側電流を I_1，二次側電流を I_2 および励磁電流を I_0 とし，上述の各素子および電圧を含めて，与えられた記号を等価回路中に記せ。その際，n_1 および n_2 を用いて巻数比 a を定義して用いよ。

(4) この変圧器の鉄損を W_i，銅損を W_c と表したとき，W_i および W_c を用いて，変圧器の効率ηを最大とするための条件を導出せよ。

(5) 問(2)で設計した変圧器において，二次側電圧 $V_2 = 200$ [V]，二次側電流 $I_2 = 180$ [A]で運転したとき，$W_i = 0.5$ [kW]および $W_c = 1$ [kW]となった。$V_2 = 200$ [V]においてこの変圧器を図２のように運転した場合について，次式で表される全日効率η_d を求めよ。ただし，負荷の力率は時間帯に関係なく常に 100 [%]とする。

$$\eta_d = \frac{\text{一日中の出力電力量[kWh]}}{\text{一日中の入力電力量[kWh]}} \times 100\,[\%]$$

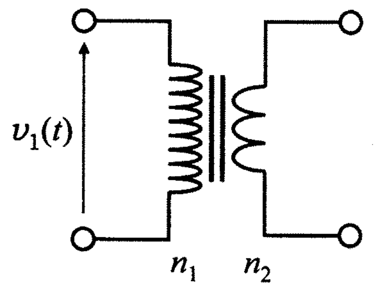


図１

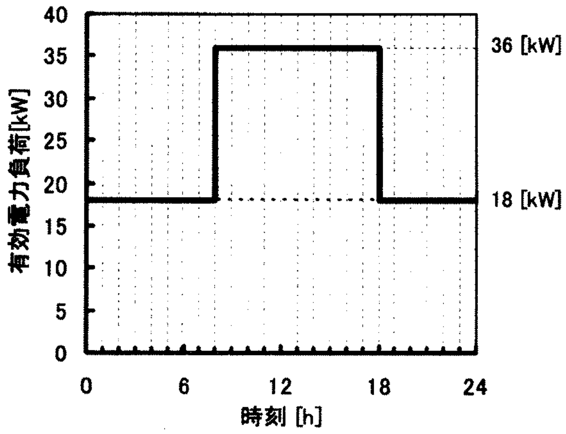


図２

2

以下の問に答えよ。

(1) 関数$u(t)$, $v(t)$, $w(t)$をラプラス変換せよ。

$$u(t)=\begin{cases}1 & (t\geq 0)\\ 0 & (t<0)\end{cases},\quad v(t)=\begin{cases}e^{-t} & (t\geq 0)\\ 0 & (t<0)\end{cases},\quad w(t)=\begin{cases}t^{n} & (t\geq 0)\\ 0 & (t<0)\end{cases}$$

ただし，tは時刻，nは正の整数とする。

(2) インダクタンスL，抵抗R，スイッチS_1，S_2，直流電源Eより構成されている図1の回路において，S_1，S_2が開いた状態で十分に時間が経過した後に，時刻$t=0$でS_1を閉じた。インダクタンスLに流れる電流$i_L(t)$の時間変化$\dfrac{di_L(t)}{dt}$を$i_L(t)$，L，R，Eを用いて表現せよ。

(3) 電流$i_L(t)$のラプラス変換を$I_L(s)$とする。問(2)で導出した微分方程式をラプラス変換せよ。また，ラプラス逆変換を用いて電流$i_L(t)$を求めよ。

(4) 問(2)において，インダクタンスLと並列に接続されている抵抗Rに流れる電流$i_R(t)$と電流$i_L(t)$の大きさが同じになる時刻t_1を求めよ。

(5) 時刻t_1においてスイッチS_1を開くとともにスイッチS_2を閉じた。$t\geq 0$における点 a, b 間の電圧$e(t)$の時間変化を問(1)の$u(t)$を用いて表し，それを用いて電流$i_L(t)$（ただし$t\geq 0$）を求めよ。

(6) $t\geq t_1$において，二つの抵抗で消費されるエネルギーの合計を求めよ。

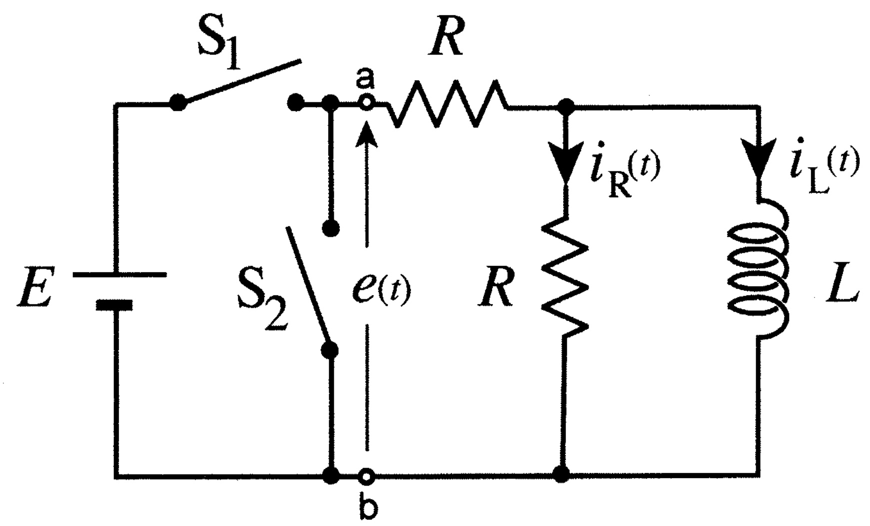


図 1

3

下図の npn トランジスタを用いたダーリントン接続回路について，以下の問に答えよ。図中の V_{CC}，V_{BB} は直流バイアス電圧で２つのトランジスタが線形動作領域（エミッタ接合が順バイアス、コレクタ接合が逆バイアス）にあるように設定されているものとする。R は負荷抵抗であり，信号源 v_i の内部抵抗は０として無視せよ。また，２つのトランジスタのエミッタ接地 h パラメータは等しく，h_{re}，h_{oe} は十分小さいとして無視できるものとする。

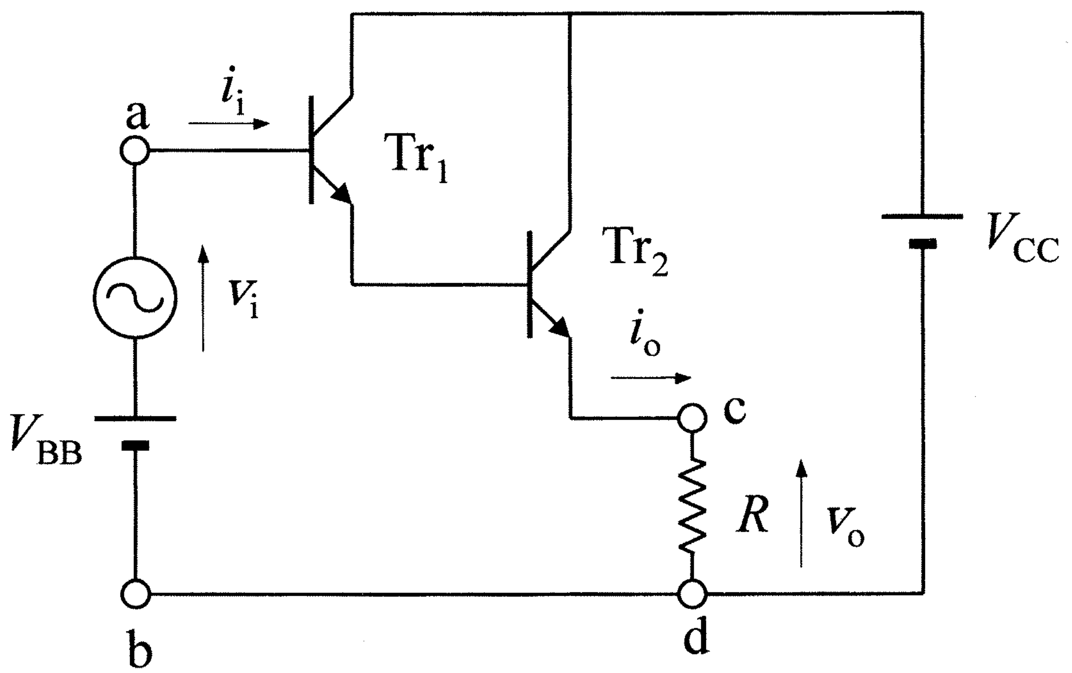
なお，エミッタ接地回路の入力電圧 v_1，入力電流 i_1，出力電圧 v_2，出力電流 i_2 は，エミッタ接地 h パラメータを用いて次のように表わされる。

$$v_1 = h_{ie}\, i_1 + h_{re}\, v_2$$
$$i_2 = h_{fe}\, i_1 + h_{oe}\, v_2$$

(1) この回路の小信号等価回路を，エミッタ接地 h パラメータを用いて示せ。

(2) (1)で求めた等価回路を用いて，この回路の電圧増幅率 v_o / v_i および電流増幅率 i_o / i_i を求めよ。

(3) (1)で求めた等価回路を用いて，この回路の入力抵抗 r_i を求めよ。



ダーリントン接続回路

$\boxed{4}$

x 軸上で一次元ポテンシャルの影響を受けて運動する粒子を考える。この粒子には $-kx$ の力（k は正の定数）が働き，原点付近で運動しているものとする。粒子の質量は m とする。この粒子の定常状態のふるまいについて以下の問に答えよ。

(1) この粒子の波動関数を$\varphi(x)$，エネルギーをEとし，この粒子に対する，時間を含まないシュレーディンガー方程式を示せ。ただし，粒子の角振動数をωとすると，kとωの間には$k = m\omega^2$の関係がある。

(2) (1)のシュレーディンガー方程式を解いて得られたn番目の励起状態に対応する波動関数を$\varphi_n(x)$とする。この粒子の基底状態$\varphi_0(x)$および第一励起状態$\varphi_1(x)$は次のように表される。

$$\varphi_0(x) = A_0 \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2}x^2\right), \qquad \varphi_1(x) = A_1 x \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2}x^2\right)$$

ただし，$\alpha = \sqrt{\dfrac{m\omega}{\hbar}}$ であり，A_0 および A_1 は定数。

このとき，波動関数$\varphi_0(x)$，$\varphi_1(x)$およびそれぞれの確率密度$\rho_0(x)$，$\rho_1(x)$の概略を図示せよ。

(3) 運動量を $p = -i\hbar\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$ とし，演算子 b^+および b を次のように定義する。

$$b^+ = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x - \frac{i}{m\omega}p\right), \qquad b = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\left(x + \frac{i}{m\omega}p\right)$$

このとき，この演算子とこの粒子の波動関数との間に

$$b^+\varphi_n(x) = \sqrt{n+1}\,\varphi_{n+1}(x), \qquad b\varphi_n(x) = \sqrt{n}\,\varphi_{n-1}(x)$$

の関係がある。これを用いてこの粒子の位置の期待値$\langle x \rangle$を求めよ。なお，波動関数は次の性質を持っているとする。

$$\langle \varphi_m(x) | \varphi_n(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_m(x)^* \varphi_n(x)\,\mathrm{d}x = \delta_{mn}$$

(4) ハミルトニアンを b^+b を用いて表し，これを利用して$\varphi_n(x)$のエネルギー固有値 E_n を求め，この粒子が基底状態においてもゼロでないエネルギーを持つことを示せ。また，その物理的意味を述べよ。

5

加算する２つの n ビット入力をそれぞれ $a_{n-1}a_{n-2}\ldots a_0$, $b_{n-1}b_{n-2}\ldots b_0$ とし，各桁の桁上げ入力をそれぞれ $C_{n-1}, C_{n-2}, \cdots, C_0$ とする n ビット加算器(図 1)について考える。次の問に答えよ。なお，論理式は主加法標準形で記述せよ。

(1) 図１に示す加算器の出力 S_0，C_1 の論理式を示せ。

(2) n ビット加算器の j けた目において加算する２つの１ビット入力 a_j, b_j の論理積 $g_j \equiv a_j b_j$，論理和 $p_j \equiv a_j + b_j$ ($j = 0,\ 1, \cdots,\ i$) と，最下位桁上げ入力 C_0 を用いて，桁上げ入力 C_{i+1} を示せ。

(3) n ビットの二進数 N の２の補数を求める場合，全てのビットを反転させて１を加えればよい．このことを証明せよ。

(4) 問 (3) の結果を用いて，２の補数表現による n ビットの二進数 $M, N (0 \le N \le M \le 2^{n-1} - 1)$ の減算 $M - N$ が加算を用いて行えることを示せ。

(5) 問(3)，問(4)の結果にもとづき，図１に示す加算器を利用して，加減算が可能な回路を構成する方法について述べよ。

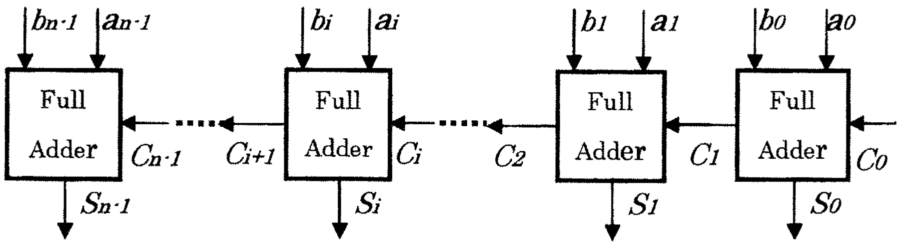


図１

$\boxed{6}$

離散時間線形時不変回路の入力 $x[n]$ と出力 $y[n]$ の関係が次式で与えられるとき，以下の問に答えよ。

$$y[n] = x[n] - \frac{1}{2}y[n-1] + \frac{1}{2}y[n-2]$$

(1) この回路の伝達関数 $F(z)$ を求めよ。

(2) $F(z)$ の回路図を描け。

(3) $F(z)$ に次式の伝達関数 $G(z)$ を持つ回路を縦列接続し，その縦列接続回路の伝達関数を $H(z)$ とする。

$$G(z) = \sum_{k=0}^{K} z^{-k} \tag{1}$$

ここで，K は有限であり，$K \neq 0$ である。

縦列接続回路の遅延素子数が最小になる K を求め，そのインパルス応答 $h[n]$ を求めよ。

(4) 問 3 で求めた K を持つ縦列接続回路の単位ステップ応答 $s[n]$ を求めよ。

(5) 式 (1) で $K \to \infty$ のとき，$F(z)$ と $G(z)$ の縦列接続回路を最小の遅延素子数で構成することを考える。伝達関数 $H(z)$ を求め，回路図を描け。

7

ある街にはA社，B社という2つのインターネット・プロバイダがあり，その街の住民は毎年いずれか1つのプロバイダを選んで一年ごとに契約している。ある年，その契約について調べたところ，前年にA社と契約していた住民が引き続きA社と契約する確率は60%で，前年にB社と契約していた住民が引き続きB社と契約する確率は70%であった。以下の問に答えよ。ただし，住民の総数は不変であり，プロバイダとの契約は毎年一斉かつ同時に行われるものとする。

(1) 調べた年にA社とB社それぞれと契約している住民の数をa_0とb_0とで表す。その一年後にA社とB社それぞれと契約している数a_1, b_1を表す式を

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} = \boldsymbol{M} \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$$

とおくとき，遷移確率行列$\boldsymbol{M}$を具体的に示せ。

(2) A社とB社のシェアは最終的にそれぞれある値に収束する。これらの値を求めよ。

(3) 遷移確率行列$\boldsymbol{M}$の固有値と固有ベクトルを求めよ。

(4) n年後にA社とB社それぞれと契約している住民の数

$$\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}$$

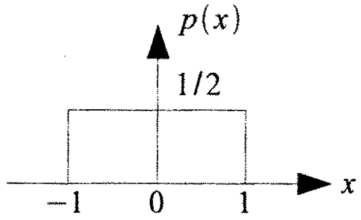
を表す一般式を求めよ。

$\boxed{8}$

連続情報源を標本化して得た標本値 X の確率密度関数が $p(x)$ で与えられるとき，そのエントロピーを

$$H(X) = -\int_{-\infty}^{\infty} p(x)\log_2 p(x)\,dx$$

と定義することにする。このとき，以下の問に答えよ。



(1) 互いに独立でいずれも右図のような確率密度関数 $p(x)$ を持つ N 個の確率変数 $X_1, X_2, \cdots, X_N$ を考える。これらの和 $Y_N = k_N(X_1 + X_2 + \cdots + X_N)$ の分散は1であるとする。このとき k_N の値を求めよ。

(2) エントロピー $H(Y_1)$ を求めよ。

(3) Y_2 の確率密度関数 $p_2(y)$ の概形を描き， Y_2 のエントロピー $H(Y_2)$ を求めよ。

(4) Y_N の確率密度関数 $p_N(y)$ は， N を限りなく大きくしたとき，どのような形に近づくか。そのときの確率密度関数 $p_\infty(y)$ を示せ（導出過程は不要）。また，このときのエントロピー $H(Y_\infty)$ を求めよ。